

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

15 iulie 2025

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + (3m+1)x + m - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x^2 - x + 1$, unde m este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real m pentru care $(f \circ g)(1) = 12$.
- 5p b) Determinați numărul întreg m pentru care dreapta de ecuație $y = -9x - 4$ este tangentă la graficul funcției $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) + g(x)$.
- 5p c) Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care $\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < 1$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră triunghiul ABC . Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv AC , iar G este punctul de intersecție a dreptelor BN și CM . Paralela la dreapta BC , construită prin punctul G , intersectează laturile AB și AC în punctele E , respectiv F . Paralelele duse prin punctul G la dreptele AB și AC intersectează dreapta BC în punctele P , respectiv Q .
- 5p a) Demonstrați că punctul G este mijlocul segmentului EF .
- 5p b) Demonstrați că $PQ = \frac{BC}{3}$.
- 5p c) Demonstrați că dreptele AG , EP și FQ sunt concurente.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră polinomul $f = X^4 - 2aX^3 + (3a^2 + 2)X^2 + 2X + 4$, cu rădăcinile x_1 , x_2 , x_3 și x_4 , unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a pentru care numărul complex $z = i$ este rădăcină a polinomului f .
- 5p b) Demonstrați că polinomul f admite cel mult două rădăcini reale, oricare ar fi numărul real a .
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} + \frac{1}{x_3+1} + \frac{1}{x_4+1} = 2$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p b) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -a$ și $x = a$ este egală cu 8.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_{-1}^1 (f(x))^n dx$. Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VII-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a	
1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date	<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea elementelor unui cerc pe configurații geometrice date - Identificarea unor proprietăți ale arcelor, coardelor și a diametrului perpendicular pe o coardă - Identificarea poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc	<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea măsurii unghiurilor unui poligon regulat - Reprezentarea prin desen a configurațiilor geometrice care conțin un cerc și elementele sale folosind instrumente geometrice - Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a reprezenta prin desen poligoane regulate înscrise în cerc
3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea unor proprietăți ale arcelor, coardelor și/sau a diametrului perpendicular pe o coardă în rezolvarea unor probleme - Rezolvarea unor probleme practice de determinare a unor lungimi sau distanțe folosind raza cercului (de exemplu, calcularea numărului de rotații complete ale roții unui automobil folosind distanța parcursă) - Rezolvarea unor probleme folosind proprietățile tangentelor duse dintr-un punct exterior la un cerc
4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic	<ul style="list-style-type: none"> - Descrierea în limbaj matematic a unor relații (congruență, paralelism, perpendicularitate) între elemente ale unor configurații geometrice - Utilizarea instrumentelor geometrice pentru construirea unor configurații geometrice referitoare la cerc - Identificarea unor cazuri particulare și evidențierea unor proprietăți în configurații geometrice referitoare la cerc și poligoane regulate
5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice	<ul style="list-style-type: none"> - Stabilirea unor metode adecvate pentru construcția poligoanelor regulate - Analizarea poziției relative a unei drepte față de un cerc în funcție de numărul punctelor de intersecție dintre dreaptă și cerc - Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate în probleme de mișcare
6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri	<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea unor situații practice care necesită folosirea proprietăților cercului sau ale poligoanelor - Optimizarea metodelor de rezolvare a unor probleme de geometrie utilizând proprietăți ale cercului sau ale poligoanelor - Observarea diferenței dintre condițiile necesare și cele suficiente în contexte geometrice referitoare la cerc

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	5. CERCUL <ul style="list-style-type: none"> • Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți: la arce congruente corespund coarde congruente și reciproc, diametrul perpendicular pe o coardă, arce cuprinse între coarde paralele, coarde egal depărtate de centru; tangente dintr-un punct exterior la un cerc • Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri) • Lungimea cercului și aria discului

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare „**Cercul**”, care să cuprindă cinci itemi: *un item de completare, un item cu răspuns scurt, un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme.*

Pentru fiecare item propus:

- menționați competența specifică evaluată;
- menționați activitatea de învățare în cadrul căreia ați utiliza acest item;
- precizați un avantaj al utilizării acestui tip de item;
- precizați un dezavantaj al utilizării acestui tip de item;
- respectați formatul tipului de item;
- respectați corectitudinea științifică, inclusiv a răspunsului așteptat.