



Országos Matematikaolimpia
Megyei forduló - 2025. március 8.

VI. OSZTÁLY

1. feladat. Az a, b és c természetes szám esetén az $m = \frac{5a + 6b + 7c + 6}{4a + 3b + 2c + 3}$ és az $n = \frac{a + 2b + 3c + 5}{3a + b + 2c + 5}$ szám egyszerre természetes szám.

a) Igazold, hogy $m \geq 2$.

b) Határozd meg az m és az n természetes számot!

2. feladat. Határozd meg az a és b nemnulla természetes számot, ha

$$\frac{a}{(a, b)} = b + \frac{48 \cdot (a, b)}{[a, b]} \quad \text{és} \quad \frac{b}{(a, b)} = a - \frac{312 \cdot (a, b)}{[a, b]}.$$

Az (a, b) az a és b szám legnagyobb közös osztóját, $[a, b]$ az a és b szám legkisebb közös többszörösét jelöli.

Gazeta Matematică

3. feladat. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $\widehat{BAC} = 30^\circ$ és $AB = AC$. Legyen a D pont az AC oldalon és E, F, G három különböző pont az AB oldalon úgy, hogy $BC = BD = DE = EF$ és $DG = DF$.

a) Igazold, hogy $BF = GE$.

b) Határozd meg a BCG szög mértékét!

4. feladat. Határozd meg azokat az $n \geq 2$ természetes számokat, amelyek esetén n osztható a

$$d_1, d_1 + d_2, \dots, d_1 + d_2 + \dots + d_{k-1},$$

számok mindegyikével, ahol $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_{k-1} < d_k = n$ az n összes természetes osztója.

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatra legfeljebb 7 pont szerezhető.