

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase und Sektorenphase der Stadt București, 2025****VII-te Klasse**

Aufgabe 1. Bestimmt die vierstelligen natürlichen Zahlen \overline{abcd} , für welche die Zahl $\sqrt{ab} - 4 + \sqrt{cd}$ das Quadrat einer Primzahl p ist, und $\overline{cd} - \overline{ab} = p + 2$.

Gazeta Matematică

Aufgabe 2. Bestimmt die Menge derjenigen Rationalzahlen r , für welche es von Null verschiedene natürliche Zahlen a und b gibt, so dass $\frac{a+b}{2} - \sqrt{a \cdot b} = r$.

Aufgabe 3. Wir betrachten die Quadrate $ABCD$ und $BEFG$, so dass B auf der Strecke (AE) und G auf der Strecke (BC) liegen. Es sei H der Schnittpunkt der Geraden DF und EG . Die Senkrechte in H auf DF schneidet die Geraden AE und BC in den Punkten I , beziehungsweise J . Zeigt, dass das Viereck $DIFJ$ ein Quadrat ist.

Aufgabe 4. Wir betrachten ein spitzwinkliges Dreieck ABC , mit $AB < AC$ und die Punkte D, I, J, K , so dass D der Mittelpunkt der Seite BC ist, und I, J, K sind die Fußpunkte der Höhen des Dreiecks aus A, B , beziehungsweise C . Die Senkrechte in A auf der Gerade AD schneidet die Geraden BJ und CK in den Punkten N , beziehungsweise Q , und die Parallele durch A zu BC schneidet die Geraden IJ und IK in den Punkten M , beziehungsweise P . Beweist, dass das Viereck $MNPQ$ ein Parallelogramm ist.

Arbeitszeit 3 Stunden.

Jede Aufgabe wird mit 7 Punkte bewertet.