

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați termenul  $a_3$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , în care  $a_1 = 3$  și  $a_2 = 9$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 5$ . Arătați că  $f(3) + f(2) + f(0) = 0$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{9x - 5} = 2$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 30%, un obiect costă 56 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,1)$ ,  $B(5,6)$  și  $C(7,2)$ . Arătați că  $AB = AC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $(\sin 30^\circ + 3 \cos 60^\circ) \cdot (\sin 45^\circ)^2 = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -1 & 2x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 5$ .
- 5p** b) Arătați că  $A + 3I_2 = 2B(1)$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = x^2$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 8x - 8y + 8$ .
- 5p** a) Arătați că  $0 * 1 = 0$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x * 2 = 2x$ .
- 5p** c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale, cu  $m < n$ , pentru care  $(8 + m) * (8 + n) = 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4x+7}{x+4}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{9}{(x+4)^2}$ ,  $x \in (-4, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați  $a \in (-4, +\infty)$ , știind că panta tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $A(a, f(a))$  este egală cu 1.
2. Se consideră funcția  $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \sqrt{x+3}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) - \sqrt{x+3}) dx = 3$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^6 \frac{1}{f(x) - 2x} dx = 2$ .
- 5p** c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției  $g: [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x}{f(x) - 2x}$ , în jurul axei  $Ox$  este egal cu  $9\pi \ln 3$ .