

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Varianta 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați termenul  $b_1$  al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , în care  $b_2 = 20$  și  $b_3 = 100$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x + 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x - 3$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = g(a)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $9^x \cdot 3^3 = 3^{x+2}$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale de două cifre,  $\sqrt{n}$  să fie număr natural par.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,3)$ ,  $B(6,2)$  și  $C(4,a)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$  pentru care dreptele  $AC$  și  $OB$  sunt paralele.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu aria egală cu 32 și  $BC = AB\sqrt{2}$ . Arătați că  $AC = 8$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(x) = \begin{pmatrix} 2x & 3x & -3 \\ -x & -2x & 1 \\ 0 & 0 & x+1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(M(0)) = 0$ .
- 5p** b) Arătați că  $M(x) \cdot M(y) - xyI_3 = (x+y+1)M(0)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $M(1) \cdot M(x) - M(2) \cdot M\left(\frac{x}{2}\right) = 2M(0)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 5(x-1)(y-1) + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 3 = 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $e = \frac{6}{5}$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale pentru care  $\frac{m}{25}$  este simetricul elementului  $n$  în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x - 2 + \ln x}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3 - \ln x}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\ln x} = 3$ .
- 5p** c) Determinați cel mai mare număr întreg  $m$  pentru care ecuația  $f(x) = m$  are cel puțin o soluție.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+4}{e^x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^2 f(x) e^x dx = 10$ .

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 5 - \frac{6}{e}$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Pentru fiecare număr natural nenul $n$ se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$ . Arătați că $I_{n+1} + 4I_n \leq \frac{e}{n+1}$ , pentru orice număr natural nenul $n$ . |