

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**THEMA I**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Zeige, dass  $\frac{1}{10} + 3 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) = 1$ .
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x - 3$ . Bestimme die reelle Zahl  $a$  so, dass  $f(2) = a + f(0)$ .
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $5^{2x} = 5^{3-x}$ .
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Zahl  $n$  aus der Menge  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  die Ungleichheit  $6n > 25$  erfüllt.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte  $A(2, 0)$ ,  $B(2, 1)$  und  $C(6, 4)$  in dem kartesischen Koordinatensystem  $xOy$ . Bestimme die reelle Zahl  $a$  so, dass  $BC = a \cdot AB$ .
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck  $MNP$ , rechtwinklig in  $M$ , mit  $MN = 4 \cdot MP$  und  $MN = 8$ . Zeige, dass der Flächeninhalt des Dreiecks  $MNP$  gleich mit 8 ist.

**THEMA II**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben sind die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  und  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $\det A = 1$ .
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl  $x$  so, dass  $3A - 5I_2 = xB$ .
- 5p** c) Bestimme die Menge der reellen Zahlen  $x$  so, dass  $\det(A \cdot (B - A) + xI_2) \leq 2$ .
2. Gegeben ist das Polynom  $f = X^3 - 3X^2 + X + m$ , wobei  $m$  eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Für  $m = 1$ , zeige, dass  $f(1) = 0$ .
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl  $m$  so, dass  $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 + x_1x_2x_3$ , wobei  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  die Wurzeln des Polynoms  $f$  sind.
- 5p** c) Wenn der Rest der Division des Polynoms  $f$  durch das Polynom  $X - 2$  gleich  $-5$  ist, zeige, dass  $f$  teilbar durch das Polynom  $X^2 + 1$  ist.

**THEMA III**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-2}{e^x}$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $f'(x) = \frac{3-x}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangente an das Schaubild der Funktion  $f$  in dem Punkt mit der Abszisse  $x = 0$ , der auf dem Schaubild der Funktion  $f$  liegt.
- 5p** c) Beweise, dass  $-e^{x-1} \leq x - 2 \leq e^{x-3}$ , für jedes  $x \in [1, 4]$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 8) dx = 2$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $\int_0^8 \frac{x}{f(x) - 4x} dx = \ln 3$ .

---

<b>5p</b>	c) Bestimme $a \in (0, +\infty)$ so, dass $\int_0^a \frac{1}{f(x)-4} dx = \frac{1}{4}$ .
-----------	--