

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Сматрају се комплексне бројеве $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 2 + i$. Докажите да $2z_1 + iz_2 = 1$.
- 56 2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Одредите реалан број a тако да $(f \circ f)(a) = 9$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = x$.
- 56 4. Одредите вероватноћу да, бирајући један број из скупа двоцифрених природних бројева, овај да буде делилац броја 2^6 .
- 56 5. У картезијанском реперу xOy сматрају се тачке $A(0,1)$, $B(5,0)$, $C(6,3)$ и $D(a,b)$, где a и b су реални бројеви. Одредите реалне бројеве a и b , тако да дужи(сегменти) AC и BD имају исту средину.
- 56 6. Сматра се троугао ABC , правоугли у A , са $AB = 2$ и $\text{tg} B = 3$. Докажите да $BC = 2\sqrt{10}$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица $A(x) = \begin{pmatrix} 2-3x & 0 & x \\ 0 & 2 & 0 \\ -9x & 0 & 2+3x \end{pmatrix}$, где x је реални број.
- 56 а) Докажите да $\det(A(1)) = 8$.
- 56 б) Докажите да $A(x) \cdot A(y) = 2A(x+y)$, за било који реални x и y .
- 56 в) Одредите реалне бројеве x тако да $(A(x) + A(3x)) \cdot A(2x) = 4A(x^2)$.
2. Сматра се полином $f = aX^3 + 3X^2 - aX - 6$, где a јесте реални ненулти број.
- 56 а) Докажите да $f(1) = -3$, за било који реални ненулти број a .
- 56 б) За $a = 1$, одредите количник и остатак дељења полинома f са полиномом $g = X^2 + 3X - 1$.
- 56 в) Одредите реални ненулти број a тако да $(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) = 1$, где x_1 , x_2 и x_3 су солуције(корени) полинома f .

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln \frac{x}{x+2}$.
- 56 а) Докажите да $f'(x) = \frac{2(x+1)^2}{x(x+2)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 56 б) Одредите једначину косе асимптоте према $+\infty$ на графику функције f .
- 56 в) Докажите да функција f је бијективна.
2. Сматра се функција $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3}$.
- 56 а) Докажите да $\int_0^3 f(x)(x+1)^3 dx = 9$.

-
- 56** b) Докажите да $\int_0^1 \sqrt{f(x)(x+1)} dx = 1 - \ln 2$.
- 56** c) Докажите да површина равне површи одређена графиком функције $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(e^x)}{e^x}$,
осе Ox и правама са једначинама $x = -1$ и $x = 1$ једнака је са $\frac{e-1}{2(e+1)}$.